

文章编号: 1000-5641(2017)02-0081-08

## K 介子部分子分布函数的研究

高莹莹, 楼立洋, 阮建红

(华东师范大学 物理与材料学院, 上海 200241)

**摘要:** 核子和介子中的部分子分布函数是描述其性质的基本物理量, 但不同研究小组给出的分布函数并不一致. 从最简单的价夸克模型出发, 提出了在某一低动量标度 ( $Q^2$ ) 下, K 介子完全由价夸克组成, 胶子和海夸克都是通过量子色动力学 (Quantum Chromodynamics, QCD) 辐射产生. 根据一个考虑了部分子间重组效应的演化方程——Modified Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (MD-DGLAP) 方程和相应的实验数据, 给出了 K 介子的初始价夸克分布函数, 对高动量标度下的部分子分布进行了预言, 并与其他模型进行了比较分析.

**关键词:** DGLAP 演化方程; 部分子分布函数;  $\pi$  介子; K 介子

中图分类号: O572.2 文献标志码: A DOI: 10.3969/j.issn.1000-5641.2017.02.011

### Research on the kaon parton distribution functions

GAO Ying-ying, LOU Li-yang, RUAN Jian-hong

(School of Physics and Materials Science, East China Normal University,  
Shanghai 200241, China)

**Abstract:** The parton distribution functions of nucleons and mesons are basic physical quantities, while different research groups have got different results. With a very simple model that kaon is made up of only valence quarks at a low  $Q^2$  scale, the gluons and sea quarks are generated completely through the quantum chromodynamics (QCD) radiations. The modified dokshitzer-gribov-lipatov-altarelli-parisi (MD-DGLAP) equations is used as the QCD dynamical evolution equations. It is shown that the results can fit the experiments well. Compared the parton distributions and momentum distributions with the other models, the differences are obvious. We hope that future experiments can check them.

**Key words:** dokshitzer-gribov-lipatov-altarelli-parisi equation; parton distribution function; pion; kaon

### 0 引 言

近 20 年来, 通过对大量的轻子-核子的深度非弹散射实验以及高能强子-强子碰撞实验等的全局分析, 人们对核子中的部分子分布函数的研究已经较为透彻. 国际上几大著名的研究小组 GRS<sup>[1-2]</sup>、MRST<sup>[3-5]</sup>、CTEQ<sup>[6-7]</sup>等都给出了自己的研究成果. 有趣的是, 他们给出的

收稿日期: 2016-01-13

第一作者: 高莹莹, 女, 硕士研究生, 研究方向为粒子物理与场论. E-mail: gaoyingying0908@163.com.

通信作者: 阮建红, 女, 教授, 研究方向为粒子物理与场论. E-mail: jhruan@phy.ecnu.edu.cn.

部分子分布函数有显著的差异,尤其是小 $x$ 、低 $Q^2$ 区域的分布,胶子分布的差别尤其明显<sup>[8]</sup>.不同小组采取的研究方法是类似的,它们之间差异的主要原因在于选取的演化起点 $Q_0^2$ 不一样,参数的表达形式也不一样.为什么可以这样任意呢?本文认为主要是因为这些参数的取法都缺乏物理图像作为依据,仅仅是从数值上可以做到与实验一致.

早在20世纪70年代(1976—1977年),物理学家Novikov<sup>[9]</sup>和Parisi<sup>[10]</sup>等就从最基本的核子结构模型出发研究了部分子分布函数.我们知道,在动量标度 $Q^2$ 很小时,核子可以看成由3个组分夸克组成. Novikov和Parisi等就设想在某一低动量 $Q_0^2(0.06 \sim 0.07 \text{ GeV}^2)$ 下,核子可以看成完全由价夸克组成,高 $Q^2$ 区域的胶子和海夸克完全通过QCD辐射产生.他们认为此区域的 $\alpha_s(Q_0^2)/2\pi < 1$ 且 $Q_0 > \Lambda_{\text{QCD}}$ ,所以微扰方程可以适用.但这样一个简单清楚的图像没有取得成功,原因是价夸克分布从这么低的动量开始演化(根据DGLAP方程),即开始辐射胶子和夸克,到达高 $Q^2$ 时,小 $x$ 区域的夸克分布与实验相比太高了. Glück、Reya等人<sup>[7]</sup>在此模型基础上作了修改,他们取 $Q_0^2$ 为 $0.2 \sim 0.3 \text{ GeV}^2$ ,但初始分布中不仅包含了价夸克,还包含了类价分布形式的海夸克和胶子,利用DGLAP方程演化,在 $Q^2 > 1 \text{ GeV}^2$ 区域能很好地解释实验.但是,他们的初始分布已经没有了最初Novikov和Parisi等提出的清楚的物理图像.

受以上这些工作的启发,本文作者之一(阮建红)及其他合作者<sup>[12-14]</sup>考虑到,如果在低 $Q^2$ 区域部分子的演化不仅有DGLAP演化方程的QCD辐射的演化模式,还有更复杂的部分子间的重组效应存在,则部分子的演化在小 $x$ 区域就要慢得多,Novikov和Parisi等最初设想的模型就可能成功.的确,在工作中<sup>[12-14]</sup>,他们采用类似Novikov和Parisi的模型对核子中极化和非极化的部分子分布函数进行了较全面的分析.结果发现如果考虑了部分子间的重组效应,就可以从低 $Q^2$ 下最简单的价夸克模型出发得到高 $Q^2$ 区域的部分子分布函数,从而避开了过多的对部分子分布形式的参数化假设.在工作中<sup>[15]</sup>,他们用类似的方法对 $\pi$ 介子中的部分子分布函数进行了研究并给出了初始价夸克的分布形式.

本文中对K介子中的部分子分布函数进行了探讨.在某一低动量标度下(本文取 $Q_0^2 = 0.074 \text{ GeV}^2$ ),考虑K介子仅由价夸克组成,海夸克和胶子则完全由最初的价夸克演化产生.根据MD-DGLAP方程进行演化,可以得到高动量标度下的部分子分布函数,而且能够很好地解释相关的实验数据.另外,还与其他讨论K介子中部分子分布的模型进行了分析比较,并对高动量标度下的部分子分布给出了预言.目前,由于与K介子结构函数相关的实验数据比较少,希望将来的高能物理实验能够检验本文的结果.

本文的安排如下:第1节介绍MD-DGLAP演化方程;第2节是对K介子部分子分布函数的研究;第3节是总结.

## 1 MD-DGLAP 演化方程

标准的QCD动力学演化方程是DGLAP方程,方程形式为

$$Q^2 \frac{dxV(x, Q^2)}{dQ^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \left[ \int_x^1 \frac{dy}{y} P_{qq}(z) xV(y, Q^2) - xV(x, Q^2) \int_0^1 dz P_{qq}(z) \right], \quad (1a)$$

$$Q^2 \frac{dxS(x, Q^2)}{dQ^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \left[ \int_x^1 \frac{dy}{y} P_{qq}(z) xS(y, Q^2) + \int_x^1 \frac{dy}{y} P_{qg}(z) xG(y, Q^2) - xS(x, Q^2) \int_0^1 dz P_{qq}(z) \right], \quad (1b)$$

$$\begin{aligned}
Q^2 \frac{dxG(x, Q^2)}{dQ^2} = & \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \left[ \int_x^1 \frac{dy}{y} P_{gq}(z) x \Sigma(y, Q^2) + \int_x^1 \frac{dy}{y} P_{gg} x G(y, Q^2) \right] \\
& - \frac{1}{2} \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \left[ 2n_f x G(x, Q^2) \int_0^1 dz P_{qg}(z) \right. \\
& \left. + x G(x, Q^2) \int_0^1 dz P_{gg}(z) \right], \tag{1c}
\end{aligned}$$

其中,  $xV(x, Q^2)$  是价夸克的分布函数,  $xS(x, Q^2)$  是海夸克的分布函数,  $xG(x, Q^2)$  是胶子的分布函数,  $\alpha_s(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln(Q^2/\Lambda)}$  是跑动耦合常数 (其中,  $\beta_0 = 11 - 2n_f/3$ ,  $\Lambda$  为重整化标度),  $n_f$  是所考虑的夸克味道数目,  $P_{gg}$ 、 $P_{gq}$ 、 $P_{qg}$ 、 $P_{qq}$  分别是胶子演化为胶子、夸克演化为胶子、胶子演化为夸克以及夸克演化为夸克的演化函数, 具体是

$$P_{gg}(z) = 2C_2(G) \left[ z(1-z) + \frac{1-z}{z} + \frac{z}{(1-z)_+} \right], \tag{2a}$$

$$P_{gq}(z) = C_2(R) \frac{1+(1-z)^2}{z}, \tag{2b}$$

$$P_{qg}(z) = \frac{1}{2} [z^2 + (1-z)^2], \tag{2c}$$

$$P_{qq}(z) = C_2(R) \frac{1+z^2}{(1-z)_+}, \tag{2d}$$

其中,  $C_2(G) = N_C = 3$ ,  $C_2(R) = (N_C^2 - 1)/2N_C = 4/3$ . DGLAP 演化方程描写的是一个部分子演化为两个部分子的过程. 按照这个动力学演化机制, 大动量的部分子不断辐射小动量的部分子, 所以  $x$  越小的区域, 部分子数目就越多, 最终会破坏散射截面的么正性. 因此 Gribov、Levin、Ryskin 和 Mueller、Qiu (GLR、MQ) 等人对 DGLAP 演化方程进行了重组修正, 建立了 GLR-MQ 方程<sup>[16-17]</sup>. 但研究发现, GLR-MQ 方程对扭度 -4 过程的费曼图的计算不完整, 丢掉了一些重要项的贡献, 故该方程不满足动量守恒. 于是出现了新的考虑部分子重组效应的演化方程——MD-DGLAP 演化方程<sup>[18-21]</sup>.

MD-DGLAP 方程中价夸克的演化与 DGLAP 方程中的一样, 而胶子和海夸克的演化方程则是在 DGLAP 方程的基础上, 增加了遮蔽和反遮蔽项. 其形式为

$$\begin{aligned}
Q^2 \frac{dxS(x, Q^2)}{dQ^2} = & \text{DGLAP} - \frac{\alpha_s^2(Q^2)}{4\pi R^2 Q^2} \int_x^{1/2} \frac{dy}{y} x P_{gq \rightarrow \bar{q}}(x, y) [yG(y, Q^2)]^2 \\
& + \frac{\alpha_s^2(Q^2)}{4\pi R^2 Q^2} \int_{x/2}^x \frac{dy}{y} x P_{gq \rightarrow \bar{q}}(x, y) [yG(y, Q^2)]^2, \tag{3a}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q^2 \frac{dxG(x, Q^2)}{dQ^2} = & \text{DGLAP} - \frac{\alpha_s^2(Q^2)}{4\pi R^2 Q^2} \int_x^{1/2} \frac{dy}{y} x P_{gg \rightarrow g}(x, y) [yG(y, Q^2)]^2 \\
& + \frac{\alpha_s^2(Q^2)}{4\pi R^2 Q^2} \int_{x/2}^x \frac{dy}{y} x P_{gg \rightarrow g}(x, y) [yG(y, Q^2)]^2. \tag{3b}
\end{aligned}$$

式 (3a) 和式 (3b) 中, 等式右边第二项减号部分指的是遮蔽效应的贡献, 第三项加号部分指的是反遮蔽效应的贡献, 第一项“DGLAP”分别指的是公式 (1b) 和 (1c) 中等式右边的部分, 即大动量的部分子辐射小动量的部分子的过程. 公式中  $R$  指的是部分子重组的有效半径. 另

$$P_{gg \rightarrow g}(x, y) = \frac{9}{64} \cdot \frac{2y-x}{xy^5} (72y^4 - 48xy^3 + 140x^2y^2 - 116x^3y + 29x^4), \tag{4a}$$

$$P_{gq \rightarrow q}(x, y) = \frac{1}{96} \cdot \frac{(2y-x)^2}{y^5} (18y^2 - 21xy + 14x^2). \tag{4b}$$

外由于胶子的数目要远大于海夸克的数目, 本文认为在小  $x$  区域胶子的重组效应是主要的, 所以, 在 MD-DGLAP 方程中, 只考虑由胶子重组引起的遮蔽和反遮蔽效应.

## 2 K 介子中的部分子分布函数

与  $\pi$  介子相比, 在实验上, K 介子的部分子分布函数更难确定, 尤其是 s 夸克的分布函数. 例如,  $K^+$  介子中的  $\bar{s}$  价夸克在实验中必须与靶粒子中的 s 夸克湮灭才对散射截面有贡献, 而实验中的靶粒子通常由核子组成, s 夸克属于海夸克, 所以  $s\bar{s}$  的湮灭过程对总截面贡献较小. NA3 小组<sup>[22]</sup>通过 Drell-Yan 实验测出了 K 介子与  $\pi$  介子中 u 夸克的比值, 由于实验条件的限制和计算中的一些模型假设, 实验结果具有很大的不确定性.

与文献 [8,15] 研究核子和  $\pi$  介子的方法类似, 假设在演化起点  $Q^2 = 0.074 \text{ GeV}^2$ , K 介子仅仅由 u 夸克 (反夸克) 和 s 反夸克 (夸克) 组成. 以  $K^+$  为例, 价夸克分布应满足求和规则

$$\int_0^1 u_v^{K^+}(x, Q_0^2) dx = \int_0^1 \bar{s}_v^{K^+}(x, Q_0^2) dx = 1, \quad (5)$$

$$\int_0^1 x(u_v^{K^+}(x, Q_0^2) + \bar{s}_v^{K^+}(x, Q_0^2)) dx = 1. \quad (6)$$

由于 u 夸克和 s 夸克质量不同, 在 K 介子中它们不再具有对称性, 所以要分别给 u 夸克和 s 夸克不同的参数式. 取

$$xu_K(x, Q_0^2) = ax^b(1-x)^c(1-d\sqrt{x}+ex). \quad (7)$$

为了减少参数, 与文献 [1-2] 类似, 假定 K 介子中 u 和 s 夸克的分布是在  $\pi$  介子中两种价夸克对称分布的基础上作了一个偏移, 取 s 夸克的输入形式为

$$\bar{s}_v^{K^+}(x, Q_0^2) = 2u_v^\pi(x, Q_0^2) - u_v^{K^+}(x, Q_0^2), \quad (8)$$

其中<sup>[15]</sup>

$$xu_v^\pi(x, Q_0^2) = 0.1x^{0.26}(1-x)^{0.13}(1-6.5\sqrt{x}+20x). \quad (9)$$

由于 s 夸克比 u 夸克重, 它们所携带的动量不同, s 夸克所占的动量分数较大<sup>[23]</sup>

$$\int_0^1 x\bar{s}_K(x, Q_0^2) dx = 51.8\%, \quad (10)$$

$$\int_0^1 xu_K(x, Q_0^2) dx = 48.2\%. \quad (11)$$

在这些约束条件下, 再根据对实验数据的拟合, 得到的 u 夸克的初始分布函数为

$$xu_K(x, Q_0^2) = 0.118x^{0.26}(1-x)^{0.25}(1-6.5\sqrt{x}+19.9x). \quad (12)$$

K 介子中两种价夸克的初始输入如图 1 所示, 可以看到, 初始的价夸克分布主要集中在大  $x$  区域.

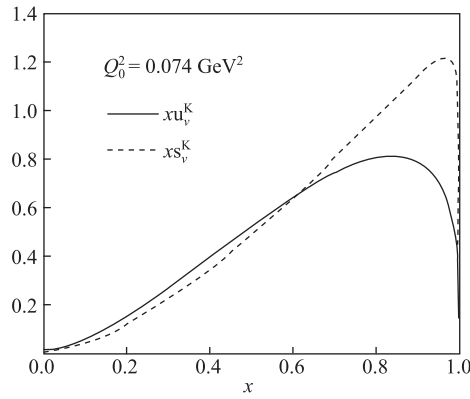


图 1  $Q^2 = 0.074 \text{ GeV}^2$  时 K 介子中价夸克的分布

Fig. 1 The valence-quark distributions at  $Q^2 = 0.074 \text{ GeV}^2$  in kaon

与 K 介子部分子分布直接相关的实验数据非常少, 图 2 中是 NA3 小组<sup>[22]</sup>测出的 K 介子与  $\pi$  介子中 u 夸克的比值, 实线是本文的计算结果, 虚线是 Holt 等人<sup>[24]</sup>对实验的最佳拟合曲线, 点划线是非定域手征夸克 (Non-local Chiral Quark, 简记为 NLChQM) 模型<sup>[25]</sup>给出的结果, 在  $x < 0.5$  的区域他们的数据与实验差别较大, 本文的数据与实验结果都比较一致. 另外,

$$\text{在 } x \rightarrow 1 \text{ 时: } \left. \frac{u_K(x)}{u_\pi(x)} \right|_{x \rightarrow 1} \approx 0.6. \quad (13)$$

NJL (Nam and Jona-Lasinio) 模型<sup>[23]</sup>指出, 在理论上当  $x \rightarrow 1$  时,  $u_K/u_\pi \sim (M_u/M_s)^2 \sim 0.5$ ; 而在 NLChQM 模型中这一比值为  $0.52 \sim 0.53$ , 本文的结果稍大一些.

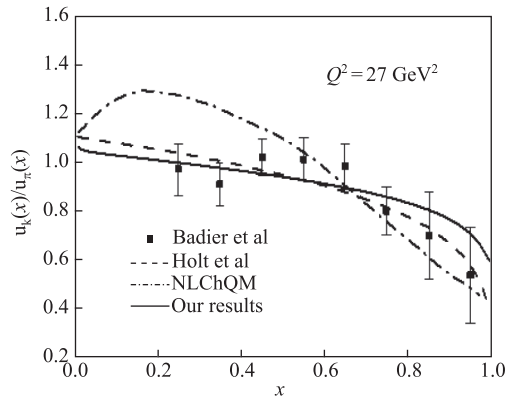


图 2  $u_K(x)/u_\pi(x)$  与实验数据及其他模型比较

Fig. 2 Comparison of our results with NA3 experiment data and other models

图 3 是  $Q^2 = 20 \text{ GeV}^2$  时的价夸克的分布函数, 实线是本文的结果, 与 GRS 模型 (虚线) 和 NLChQM (点划线) 比较, 本文的价夸克的分布处在两模型之间, 跟 GRS 模型比较接近, 而 NLChQM 模型的价夸克分布要明显大得多.

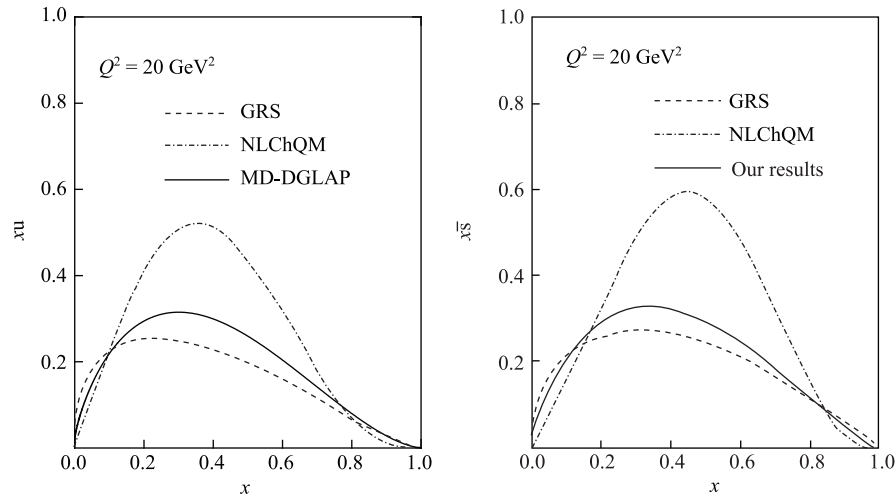


图3  $Q^2 = 20 \text{ GeV}^2$  时不同模型的价夸克分布的比较

Fig. 3 Comparison of the valence quark distributions with other models at  $Q^2 = 20 \text{ GeV}^2$

根据本文的模型, K 介子中的海夸克和胶子的分布与  $\pi$  介子中的相同, 其与 GRS 模型的比较如图 4 所示. 可以看到, 在大  $x$  区域 GRS 的海夸克分布比本文的要大, 而在小  $x$  区域, 本文的分布要大一些, 原因是 GRS 给了海夸克一个类似价分布的初始输入, 而本文的海夸克完全由辐射产生. 两种情况下胶子分布的差别不是特别明显.

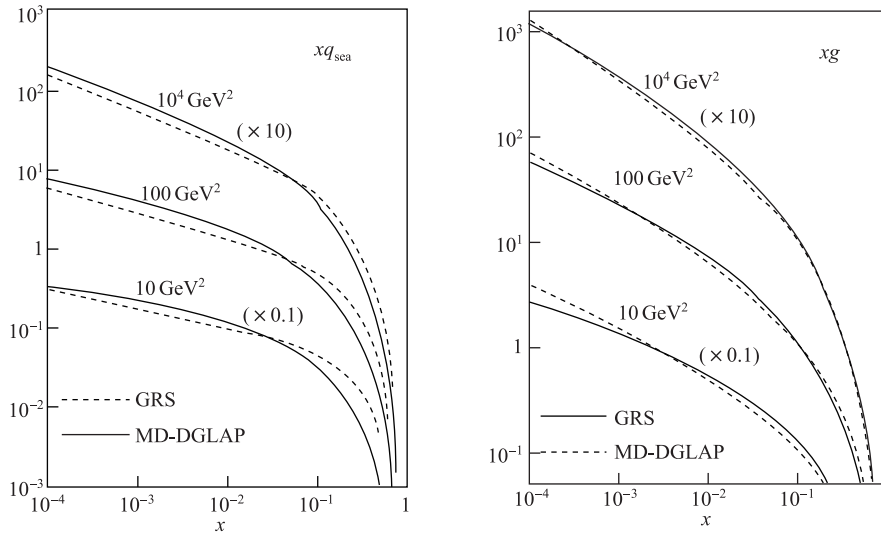


图4 海夸克和胶子分布的预言(实线)与 GRS 模型(虚线)的比较

Fig. 4 The predicted parton distributions comparing with GRS model

在不同的模型中, 各种部分子所占的介子的动量是不同的. 在从低  $Q^2$  演化到高  $Q^2$  的过程中, 价夸克不断辐射胶子, 胶子不断分裂成夸克和反夸克对, 所以动量会迅速转移给胶子和海夸克. 图 5 给出了 K 介子中各部分子所占动量随  $Q^2$  的变化. 实线是本文的结果, 虚线是 GRS 模型计算的结果. 可以看出, 随着  $Q^2$  的增大, 价夸克动量逐渐减小, 而胶子和海夸克的动量逐渐增大. 在演化开始阶段动量变化比较快, 随着动量标度的增大, 动量转移变得缓

慢. 与 GRS 相比, 本文的价夸克和胶子所带的动量较大, 而海夸克所带的动量较小. 在将来的介子-核子散射实验中, 价夸克的动量应该能较准确地测量出来.

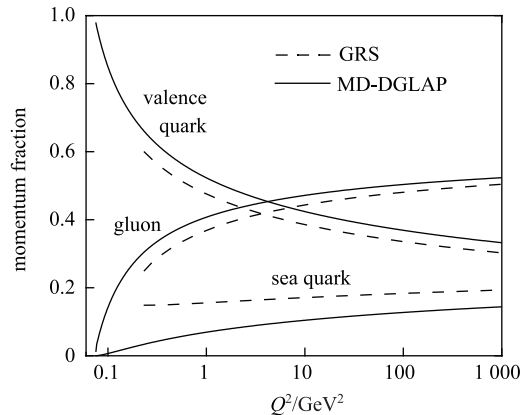


图 5 K 介子中部分子动量随  $Q^2$  的变化

Fig. 5 The predicted parton momentum fractions in kaon

### 3 结 论

核子和介子中的部分子分布函数是人们研究其参与高能实验过程的基础. 但这些函数不能被直接观测到, 而且各个小组的研究所给出的结论并不一致, 有的还差别很大. 本文试图从最简单的价夸克图像出发, 确定出 K 介子中的部分子分布函数, 取演化起点  $Q^2 = 0.074 \text{ GeV}^2$ , 并认为在这个低动量标度下, 介子可以看成完全由价夸克组成, 高动量标度下的胶子和海夸克则全部由 QCD 动力学产生. 利用考虑了遮蔽效应的演化方程 MD-DGLAP 方程进行演化计算, 得到了高动量下的部分子分布函数, 并能与相应实验结果很好地一致. 本文还对胶子和夸克的分布给出了预言并与其他模型进行了比较. 与目前的几个主要模型相比, 价夸克分布的差别都比较明显, 将来的高能介子散射实验可以鉴别本文模型的正确性.

感谢: 华东师范大学朱伟教授给予本文很好的建议并参与本文撰写的讨论.

### [参 考 文 献]

- [1] GLUCK M, REYA E, STRATMANN M. Mesonicparton densities derived from constituent quark model constraints [J]. European Physical Journal C, 1998, 2: 159-163.
- [2] GLUCK M, REYA E, SCHIENBEIN I. Pionicparton distributions revisited [J]. European Physical Journal C, 1999, 10: 313-317.
- [3] MARTIN A D, ROBERTS R G, STIRLING W J, et al. MRST2001: Partons and  $\alpha_s$  from precise deep inelastic scattering and Tevatron jet data [J]. European Physical Journal C, 2002, 23: 73-87.
- [4] MARTIN A D, ROBERTS R G, STIRLING W J, et al. Uncertainties of predictions from parton distributions I: Experimental errors [J]. European Physical Journal C, 2003, 28: 455-473.
- [5] MARTIN A D, STIRLING W J, THORNE R S. MRST partons generated in a fixed-flavor scheme [J]. Physics Letters B, 2006, 636: 259-264.
- [6] STERMAN G, SMITH J, COLLINS J C, et al (CTEQ Collaboration Group). Handbook of perturbative QCD [J]. Reviews of Modern Physics, 1995, 67: 157-248.
- [7] NADOLSKY P M, LAI H L, CAO Q H, et al. Implications of CTEQ global analysis for collider observables [J]. Physical Review D, 2008, 78: 013004. DOI: 10.1103/PhysRevD.78.013004.
- [8] 徐仕磊, 阮建红. 核子中部分子分布函数的研究 [J]. 华东师范大学学报(自然科学版), 2015(1): 195-202.
- [9] NOVIKOV V A, SHIFMAN M A, VAINSHTEIN A I, et al. Deep-inelastic scattering of leptons by hadrons and bremsstrahlung of gluons [J]. Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters, 1976, 24(6): 341-344.

- [10] PARISI G, PETRONZIO R. On the Breaking of BjorkenScaling [J]. Physics Letters B, 1976, 62(3): 331-334.
- [11] GLUCK M, REYA E, VOGT A. Dynamical parton distributions revisited [J]. European Physical Journal C, 1998, 5: 461-470.
- [12] CHEN X R, RUAN J H, WANG R, et al. Applications of a nonlinear evolution equation I: The parton distributions in the proton [J]. International Journal of Modern Physics E, 2014, 23: 1450057.
- [13] CHEN X R, RUAN J H, WANG R, et al. Applications of a nonlinear evolution equation II: The EMC effect [J]. International Journal of Modern Physics E, 2014, 23: 1450058.
- [14] CHEN X R, RUAN J H, WANG R, et al. Nucleon spin structure [J]. International Journal of Modern Physics E, 2015, 24: 1550077.
- [15] LOU L Y, RUAN J H. A new research about pion parton distribution function [J]. Chinese Physics Letters, 2015, 32(5): 051201.
- [16] GRIBOV L V, LEVIN E M, RYSKIN M G. Semihard processes in QCD [J]. Physics Reports, 1983, 100: 1-150.
- [17] MUELLER A H, QIU J W. Gluon recombination and shadowing at small values of  $x$  [J]. Nuclear Physics B, 1986, 268(2): 427-452.
- [18] ZHU W, RUAN J H. A new modified altarelli-parisi evolution equation with parton recombination in proton [J]. Nuclear Physics B, 1999, 559: 378-392.
- [19] ZHU W. A New approach to parton recombination in a QCD evolution equation [J]. Nuclear Physics B, 1999, 551: 245-274.
- [20] ZHU W, SHEN Z Q, RUAN J H. Parton recombination effect in polarized parton distributions [J]. Nuclear Physics B, 2004, 692: 417-433.
- [21] ZHU W, SHEN Z Q. Properties of the gluon recombination functions [J]. Physics and Nuclear Physics, 2005(2): 109-114.
- [22] BADIÉ J, BOUCROT J, BOUROTTE J, et al. Measurement of the  $K^-/\pi^-$  structure function ratio using the Drell-Yan process [J]. Physics Letter B, 1980, 93: 354-362.
- [23] SHIGETANI T, SUZUKI K, TOKI H. Pion structure function in the Nam and Jona-Lasinio model [J]. Physics Letters B, 1993, 308: 383-388.
- [24] HOLT R J, ROBERTS C D. Distribution functions of the nucleon and pion in the valence region [J]. Review of Modern Physics, 2010, 82: 2991-3044.
- [25] NAM S. Parton-distribution functions for the pion and kaon in the gauge-invariant nonlocal chiral-quark model [J]. Physical Review D, 2012, 86: 074005. DOI: 10.1103/PhysRevD.86.074005.

(责任编辑: 李 艺)

(上接第 74 页)

- [2] 房娟, 刘洪英, 陈增淦, 等. 基于显微高光谱成像技术的运动和感觉神经分类研究 [J]. 影像科学与光化学, 2015, 33(3): 203-210.
- [3] 刘洪英, 李庆利, 顾彬, 等. 新型分子高光谱成像系统性能分析及数据预处理 [J]. 光谱学与光谱分析, 2012, 32(11): 3161-3166.
- [4] 刘博. 距离测度学习理论与应用研究 [D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2009.
- [5] BAR-HILLEL A, HERTZ T, SHENTAI N, et al. Learning distance function using equivalence relations [C]// Machine Learning, Proceedings of the Twentieth International Conference. 2003: 11-18.
- [6] GOLDBERGER J, ROWEIS S T, HINTON G E, et al. Neighbourhood components analysis. [J]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2004, 83(6): 513-520.
- [7] XING E P, NG A Y, JORDAN M I, et al. Distance metric learning, with application to clustering with side-information [J]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2003, 15: 505-512.
- [8] HOI S C H, LIU W, LYU M R, et al. Learning distance metrics with contextual constraints for image retrieval [C]// IEEE Conference on Computer Vision & Pattern Recognition. IEEE Computer Society, 2006: 2072-2078.
- [9] 苟建平. 模式分类的  $k$  近邻方法 [D]. 成都: 电子科技大学, 2012.
- [10] 张巍. 基于  $k$  近邻分类准则的特征变换算法研究 [D]. 上海: 复旦大学, 2007.
- [11] 张杰. 基于距离测度学习的图像分类方法研究 [D]. 上海: 复旦大学, 2010.
- [12] 刘洪英. 分子超光谱成像的生物组织定量检测与方法研究 [D]. 上海: 华东师范大学, 2011.

(责任编辑: 李 艺)