

文章编号: 1000-5641(2017)04-0126-13

高阶色散对高斯脉冲在超常介质中传输的影响及色散的补偿

徐正国, 薛燕陵

(华东师范大学 通信工程系, 上海 200241)

摘要: 文中对超常介质和一些常规介质中色散系数进行了对比研究, 发现超常介质中的各阶色散系数大于常规介质的色散系数大约3个数量级, 也即在信号的传输过程中不再能忽略高阶色散的影响. 基于非线性薛定谔方程, 研究了高斯脉冲在超常介质中传输及各阶色散对脉冲形状的影响. 发现在常规超常介质中三阶色散所致脉冲分裂是一个非常严重的问题. 通过调整超常介质的结构参数, 找到了既可使二阶色散得以补偿、又可使得高斯脉冲传输120 km而不出现分裂的真正可用于通信的情形.

关键词: 超常介质; 色散; 非线性薛定谔方程; 高斯脉冲; 色散补偿

中图分类号: TN913.7 **文献标识码:** A **DOI:** 10.3969/j.issn.1000-5641.2017.04.011

Influence of high-order dispersions on the propagation of Gaussian pulse and the compensation of dispersion in metamaterial

XU Zheng-guo, XUE Yan-ling

(Department of Communication Engineering, East China Normal University,
Shanghai 200241, China)

Abstract: This paper compares the dispersion in metamaterial and in some conventional media. It is found that each order of the dispersion in metamaterial is larger in three orders of magnitude than that in conventional media, so that high-order dispersions have to be taken into consideration in the signal propagation. We analyze the impact of each order of the dispersion on the propagation of Gaussian light pulse based on the nonlinear Schrödinger equation and the beam propagation method (BPM). We find that third-order dispersion leads to a serious pulse splitting. A case is found in which Gaussian pulse can propagate in metamaterial to 120km without splits and second dispersion can be compensated by adjusting structure of metamaterial. This is significant to optical communications.

Key words: metamaterial; dispersion; nonlinear Schrödinger equation; Gaussian pulse; dispersion compensation

收稿日期: 2016-07-26

基金项目: 国家自然科学基金(11234003, 91436211)

第一作者: 徐正国, 男, 硕士研究生, 研究方向为光通信与光电子器件. E-mail: xuzg2017@163.com.

通信作者: 薛燕陵, 女, 教授, 博士生导师, 研究方向为光通信. E-mail: ylxue@ee.ecnu.edu.cn.

0 引言

至2000年第一块超常材料(Metamaterials, MMs)被 Smith^[1]等人在实验室制备出来以来, 由于它具备负的折射率^[2]、负的 Goos-Hänche 位移^[3]、逆多普勒效应等反常物理特性^[4], 越来越多的目光投向了对超常介质的物理性质和潜在应用的研究^[5]. 随着越来越多的线性和非线性超常介质被发明, 加速了对电磁波在超常介质中传输的研究^[5]. 这些研究表明了超常介质具有正折射率区(Positive-Index Region, PIR), 吸收区和负折射率区(Negative-Index Region, NIR)^[6-7]. Wen^[8]等人利用Drude模型推导了光脉冲在超常介质中传输的非线性薛定谔方程(Non-Linear Schrodinger Equation, NLSE). 而 Joseph 和 Porsezian^[9]则利用前者推导的非线性薛定谔方程研究了光脉冲传输的动力学行为. 对于超常介质非线性性质的研究则更多, 如自相位调制(Self-Phase Modulation, SPM)、自陡峭(Self-Steeptening, SS)^[10-14]等等. 尽管有许多学者对超常介质中不同特性的研究, 但是对于超常介质, 尤其是负折射率材料中高阶色散对于高斯脉冲传输特性影响的研究仍然很少. 本文中, 我们将深入地讨论高阶色散对脉冲传输的影响. 并结合分析结果进一步进行了色散补偿的研究.

在常规介质中, 往往只考虑二阶色散对群速色散(Group Velocity Dispersion, GVD)效应的影响. 超常介质作为一种人工合成材料, 我们发现其中的各阶色散系数在数量级上高于常规介质中相应的色散系数(本文第2节), 这使得在光脉冲传输中不再能忽略高阶色散的影响. 本文将讨论超常介质中三阶色散和四阶色散对高斯脉冲传输的影响, 分析脉冲畸变与色散之间的关系, 这一工作对于了解色散的影响以及对色散进行补偿有一定的实际意义.

1 光脉冲在超常介质中传输模型

光作为一种电磁波, 在超常介质中传输遵循麦克斯韦方程组, 所以基于麦克斯韦方程组可以推导出脉冲在非线性和色散超常介质中的波动方程

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2}. \quad (1)$$

令 $E = \frac{1}{2}A(z, t) \exp(i(\beta_0 z - \omega t)) + \text{c.c.}$, 其中 c.c. 表示复共轭. 对式(1)做傅里叶变换, 并对传播常数 k 和相对磁导率 $\mu_r(\omega)$ 进行泰勒展开, 且忽略 z 的二阶导数, 最后引入群速度 V_g 的参考系(即所谓的延时系), 可以推导出单光束在超常介质中的传输方程

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + \frac{1}{6}\beta_3 \frac{\partial^3 A}{\partial T^3} - \frac{i}{24}\beta_4 \frac{\partial^4 A}{\partial T^4} - \frac{1}{2}\alpha A + i\Gamma_1 |A|^2 A, \quad (2)$$

其中 α 为损耗系数. 第 i 阶色散系数 β_i 和三阶非线性系数 Γ_1 可以分别表示为

$$\beta_i = \left. \frac{d^i k}{d\omega^i} \right|_{\omega=\omega_0} \quad (i = 1, 2, 3, \dots), \quad (3)$$

$$\Gamma_1 = \frac{\varepsilon_0 \mu_0 \chi^{(3)} \omega^2 \mu_r(\omega)}{2\beta_0}, \quad (4)$$

其中 $\chi^{(3)}$ 代表三阶电极化率.

超常介质中, 相对介电常数 ε_r 和相对磁导率 μ_r 的频率色散关系一般都采用具有损耗的 Drude 模型来表示. 损耗出现在 Drude 模型的虚部, 主要影响脉冲的强度, 对色散本身并没有太大的影响. 因此, 为了简化计算, 本文忽略了损耗, 也就有传播方程(式(2))中的 $\alpha = 0$. Drude 模型可以表达为

$$\varepsilon_r = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}, \quad \mu_r = 1 - \frac{\omega_{pm}^2}{\omega^2}, \quad (5)$$

其中, ω_{pe} 和 ω_{pm} 分别代表电场和磁场的等离子频率, ω 代表介质中光波的中心频率. 根据折射率定义 $n = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$. 由式 (3) 可得一阶色散 β_1 、二阶色散 β_2 (群速度色散 GVD)、三阶色散 β_3 (TOD)、四阶色散 β_4 为

$$\beta_1 = \frac{dk}{d\omega} = \frac{1}{c} \left[n + \frac{1}{n} \left(\frac{1 + \bar{\omega}_p^2}{\bar{\omega}^2} - \frac{2\bar{\omega}_p^2}{\bar{\omega}^4} \right) \right], \quad (6a)$$

$$\beta_2 = \frac{d\beta_1}{d\omega} = \frac{1}{c\omega_{pe}} \left[\frac{1}{n\bar{\omega}} \left(-\frac{1}{\bar{\omega}^2} - \frac{\bar{\omega}_p^2}{\bar{\omega}^2} + 6\frac{\bar{\omega}_p^2}{\bar{\omega}^4} \right) - \frac{1}{n^3\bar{\omega}} \left(\frac{1 + \bar{\omega}_p^2}{\bar{\omega}^2} - \frac{2\bar{\omega}_p^2}{\bar{\omega}^4} \right)^2 \right], \quad (6b)$$

$$\begin{aligned} \beta_3 = \frac{d\beta_2}{d\omega} = \frac{1}{c\omega_{pe}^2} & \left\{ 3 \left[\frac{1}{n} \left(-3\frac{1}{\bar{\omega}^4} - 3\frac{\bar{\omega}_p^2}{\bar{\omega}^4} + 10\frac{\bar{\omega}_p^2}{\bar{\omega}^6} \right) - \frac{1}{n^3} \left(\frac{1 + \bar{\omega}_p^2}{\bar{\omega}^3} - \frac{2\bar{\omega}_p^2}{\bar{\omega}^5} \right)^2 \right] \right. \\ & + \bar{\omega} \left[\frac{1}{n} \frac{12\bar{\omega}_p^2\bar{\omega}^2 - 60\bar{\omega}_p^2 + 12\bar{\omega}^2}{\bar{\omega}^7} + \frac{3}{n^5} \left(\frac{\bar{\omega}_p^2\bar{\omega}^2 - 2\bar{\omega}_p^2 + \bar{\omega}^2}{\bar{\omega}^5} \right)^3 \right. \\ & \left. \left. + \frac{3}{n^3} \left(\frac{\bar{\omega}_p^2\bar{\omega}^2 - 2\bar{\omega}_p^2 + \bar{\omega}^2}{\bar{\omega}^5} \right) \left(\frac{3\bar{\omega}_p^2\bar{\omega}^2 - 10\bar{\omega}_p^2 + 3\bar{\omega}^2}{\bar{\omega}^6} \right) \right] \right\}, \quad (6c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta_4 = \frac{d\beta_3}{d\omega} = \frac{1}{c\omega_{pe}^3} & \left\{ \frac{4(12\bar{\omega}_p^2\bar{\omega}^2 - 60\bar{\omega}_p^2 + 12\bar{\omega}^2)}{n\bar{\omega}^7} - \frac{3(3\bar{\omega}_p^2\bar{\omega}^2 - 10\bar{\omega}_p^2 + 3\bar{\omega}^2)}{n^3\bar{\omega}^{11}} \right. \\ & - \frac{60\bar{\omega}_p^2\bar{\omega}^2 - 420\bar{\omega}_p^2 + 60\bar{\omega}^2}{n\bar{\omega}^7} - \frac{15(\bar{\omega}_p^2\bar{\omega}^2 - 2\bar{\omega}_p^2 + \bar{\omega}^2)^4}{n^7\bar{\omega}^{19}} \\ & - \frac{4(\bar{\omega}_p^2\bar{\omega}^2 - 2\bar{\omega}_p^2 + \bar{\omega}^2)(12\bar{\omega}_p^2\bar{\omega}^2 - 60\bar{\omega}_p^2 + 12\bar{\omega}^2)}{n^3\bar{\omega}^{11}} \\ & - \frac{9(\bar{\omega}_p^2\bar{\omega}^2 - 2\bar{\omega}_p^2 + \bar{\omega}^2)^2(6\bar{\omega}_p^2\bar{\omega}^2 - 20\bar{\omega}_p^2 + 6\bar{\omega}^2)}{n^5\bar{\omega}^{15}} + \frac{12(\bar{\omega}_p^2\bar{\omega}^2 - 2\bar{\omega}_p^2 + \bar{\omega}^2)^3}{n^5\bar{\omega}^{15}} \\ & \left. + \frac{12(\bar{\omega}_p^2\bar{\omega}^2 - 2\bar{\omega}_p^2 + \bar{\omega}^2)(3\bar{\omega}_p^2\bar{\omega}^2 - 10\bar{\omega}_p^2 + 3\bar{\omega}^2)}{n^3\bar{\omega}^{11}} \right\}, \quad (6d) \end{aligned}$$

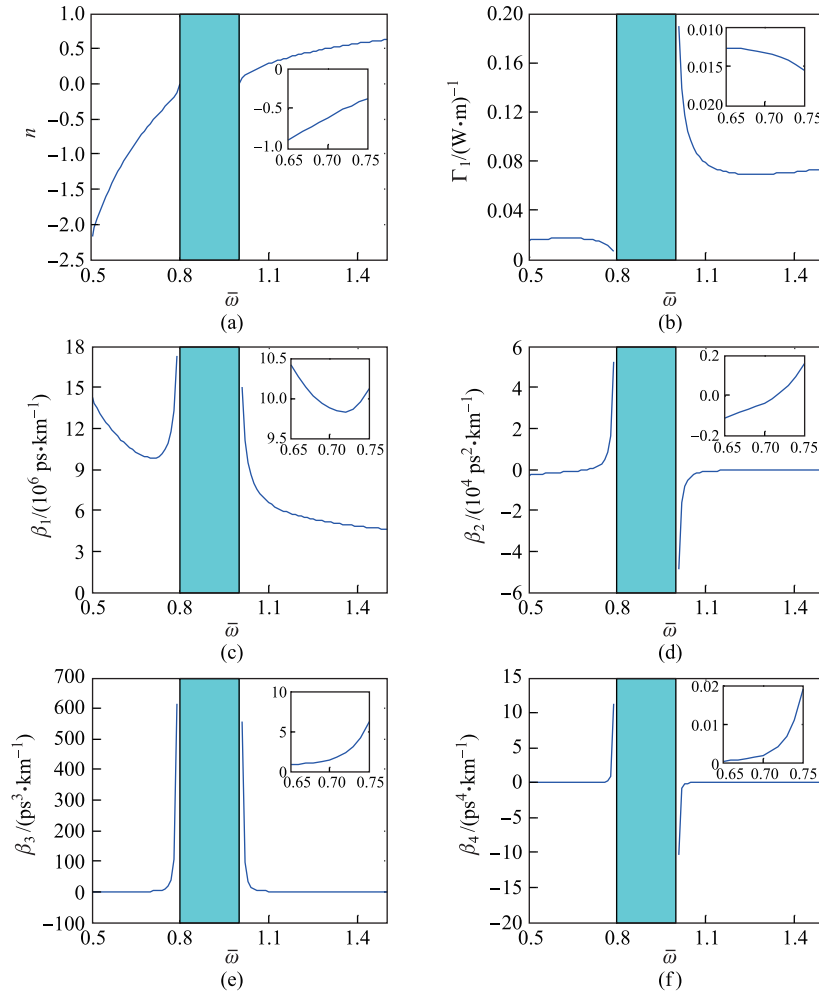
其中, 归一化光波中心频率 $\bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_{pe}}$, 归一化等离子磁频率 $\bar{\omega}_p = \frac{\omega_{pm}}{\omega_{pe}}$. 通过进一步化简, 三阶非线性系数可以写为

$$\Gamma_1 = \frac{x^{(3)}\bar{\omega}\omega_{pe}(1 - \frac{\bar{\omega}_p^2}{\bar{\omega}^2})}{2nc}. \quad (7)$$

2 超常介质中的色散系数和非线性系数

根据色散公式 (6) 和三阶非线性系数公式 (7) 可以画出色散系数和非线性系数关于归一化频率 $\bar{\omega}$ 的变化图(图 1). 图 1 中取三阶电极化率 $\chi^{(3)}$ 为 $1.9 \times 10^{-9} \text{ W}^{-1}$, ω_{pe} 为

1.3673×10^{16} Hz, $\bar{\omega}_p$ 为 0.8.



注: 各图中子图为归一化频率为 0.7 附近的局部放大图

图1 折射率 n 、三阶非线性系数和—阶、二阶、三阶、四阶色散系数分别随归一化频率 $\bar{\omega}$ 的变化曲线

Fig. 1 Variations of refractive index, third-order nonlinear coefficient, first-order, second-order, third-order, and forth-order dispersion on $\bar{\omega}$

图 1(a) 为超常介质中折射率 n 随归一化频率 $\bar{\omega}$ 变化的曲线图, 归一化频率被分为了三个区间段, 其中 $0 < \bar{\omega} < 0.8$ 和 $\bar{\omega} > 1.0$ 分别对应负折射率区域和正折射率区域; 在中间区域 $0.8 \leq \bar{\omega} \leq 1.0$ 中, 由于电磁波不能在其中进行传输, 所以该区域为超常介质的反常吸收区域. 图 1b 给出了三阶非线性系数 Γ_1 随归一化频率 $\bar{\omega}$ 的变化曲线. 此外, 从图 1(c)、图 1(d)、图 1(e) 和图 1(f) 可以看出: β_1 在正、负折射率区域均为正值; 而 β_2 则不同, 其在负折射率区域从负值递增至正值, 正如图 1(d) 中子图所示, β_2 在归一化频率 $\bar{\omega}_D = 0.706844$ 附近趋于零, 且在正折射率区域其值始终为负值; β_3 和 β_1 一样, 在正、负折射率区域值始终为正, 但是其值在远离反常吸收区的较大区域内变化都很平缓, 而在邻近反常吸收区域边界时变得非常陡峭; β_4 整体变化趋势与 β_2 较相似, 但是 β_4 在负折射率区域取值为正. 另外, 由于 ω_{pe} 和

ω_{pm} 的值是随着超常介质结构的变化而变化的, 所以图 1 中的所有曲线都可以通过人为调节超常介质的结构去改变, 即可以通过调节超常介质的结构来达到通信系统的某种需求.

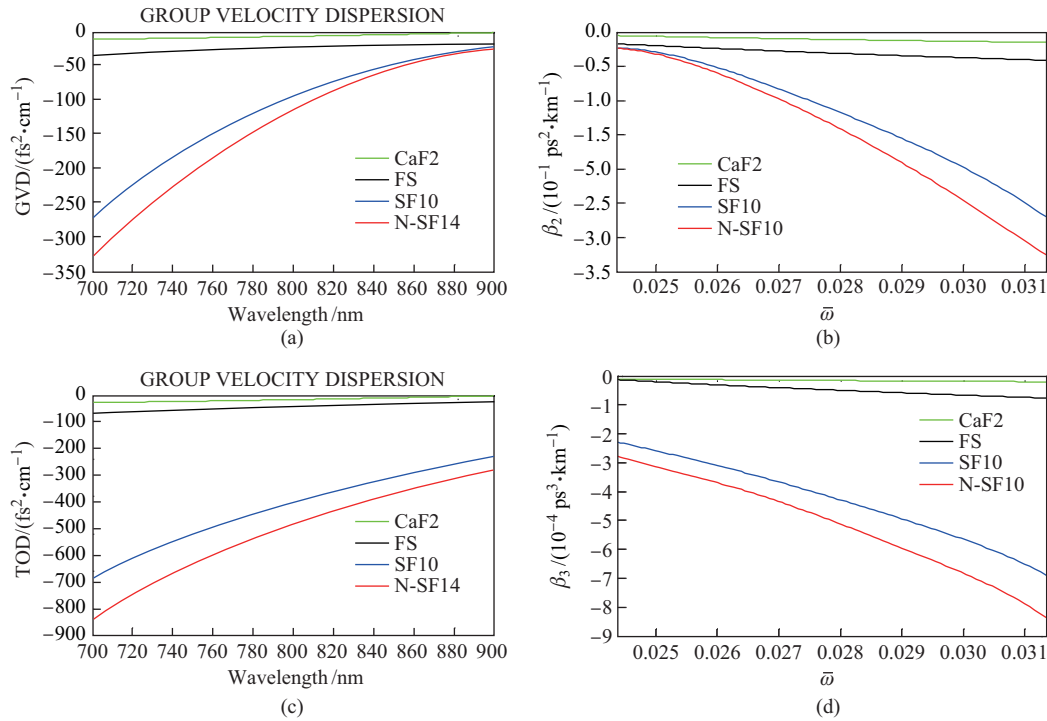


图2 (a)、(c) 分别为几种常规介质的二阶色散和三阶色散随波长变化的曲线图; (b)、(d) 为相应的二阶色散和三阶色散随归一化频率变化的曲线图

Fig. 2 (a), (c) Second-order and third-order dispersion in several conventional media; (b), (d) The corresponding relationship of (a), (c) with normalized frequency

图 2(a)、图 2(c) 取自网络^[15-16], 展现了四种常规介质的 β_2 和 β_3 关于波长的变化曲线, 将图 2(a)、图 2(c) 中的横坐标改为频率并以 ω_{pe} 归一化, 并将纵坐标的单位分别化成 ps^2/km 、 ps^3/km 以便与图 1(d)、图 1(e) 一致, 可以分别得到图 2(a)、图 2(c) 中四种常规介质的色散系数 β_2 和 β_3 关于归一化频率 $\bar{\omega}$ 的变化曲线(图 2(b)、图 2(d)). 从图 2(b) 中可以看出: 四种常规的二阶色散系数 β_2 都为负, 它们都随归一化频率 $\bar{\omega}$ 的增大而减小; 并且它们的值都非常小, 只有 10^{-1} 量级. 而在图 1(d) 中零色散归一化频率 $\bar{\omega}_D = 0.706844$ 附近二阶色散 β_2 的值为 10^4 量级. 虽然图 2(b) 与图 1(d) 中横坐标的频率范围有一定的差距, 但若按照图 2(b) 中曲线的趋势进行延伸, 至 $\bar{\omega}_D$ 时, $|\beta_2|$ 也还是应该比图 1(d) 的情形小. 所以, 超常介质中的二阶色散 $|\beta_2|$ 比四种常规介质的 $|\beta_2|$ 大 10^5 量级, 虽然图 1(d) 中 β_2 的符号有正有负. 同样, 从图 2(d) 中可以看出: 四种常规介质的三阶色散 β_3 也都为负, 它们也都随着归一化频率 $\bar{\omega}$ 的增大而减小; 并且它们的值都非常小, 只有 10^{-4} 量级. 而在图 1(e) 中, $\bar{\omega}_D$ 附近三阶色散 β_3 的值为个位数. 虽然图 2(d) 与图 1(e) 中横坐标的频率范围有一定的差距, 但若按照图 2(d) 中曲线的趋势进行延伸, 至 $\bar{\omega}_D$ 时, $|\beta_3|$ 也还是应该比图 1(e) 的情形小. 所以, 超常介质中的三阶色散 $|\beta_3|$ 比四种常规介质的 $|\beta_3|$ 大 10^7 量级, 且符号相反. 我们没有查到四阶色散的数据, 但据此类推超常介质中的四阶色散应该也比一些常规介质大. 鉴于此, 在超常介质中我们有

必要充分研究超常介质中高阶色散的影响.

3 脉冲在超常介质中的传输

本文采用 BPM(Beam Propagation Method)(光束传播法)进行脉冲传输仿真. 入射脉冲采用具有归一化强度的高斯脉冲 $U(0, T) = \exp(-\frac{T^2}{2T_0^2})$, T_0 为脉冲在光强度峰值的 $1/e$ 处半宽度. 仿真中, 取半极大全宽度 $T_{FWHM} = 5$ ps, 此时传输比特率为 $L = 200$ Gb/s. 根据定义, 二阶色散长度为 $L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}$, 三阶色散长度为 $L'_D = \frac{T_0^3}{|\beta_3|}$.

3.1 同时考虑 β_2 、 β_3 对脉冲传输的影响

从图 1(d) 中, 我们找到了零色散归一化频率 $\omega_D = 0.706\ 844$. 在这个频率, 二阶色散 $\beta_2 = 0$, 也就是说, 脉冲在传输过程不会出现由于二阶色散所致的展宽. 这是负折射率材料所特有的现象, 似乎是一个非常理想的情况, 但我们需要检查这时三阶色散的影响. 根据图 1(b), 在 ω_D 附近, 非线性系数 Γ_1 非常小, 因此在下面的仿真中不再特别讨论非线性系数 Γ_1 的影响.

3.1.1 $\beta_2 = 0$ 时, β_3 对脉冲传输的影响

根据图 1(e), 在零色散归一化频率 $\omega_D = 0.706\ 844$, 可以获得 $\beta_3 = 2.069\ 8\ \text{ps}^3 \cdot \text{km}^{-1}$. 应该说, 三阶色散很大, 以至于三阶色散长度只有 $L'_D = 60.39$ km, 很小. 但我们知道, 三阶色散效应并不一定要等脉冲传输了 60.39 km 时才出现. 为了了解实际情况, 我们仿真计算了这时脉冲的传输情况(图 3).

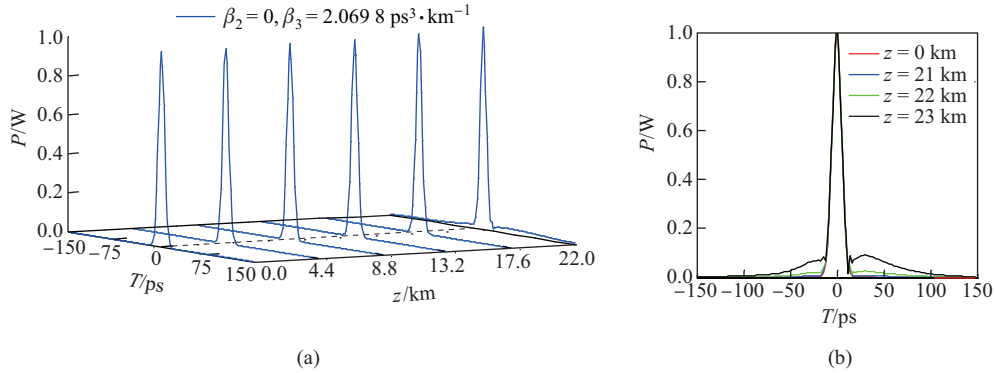


图3 (a)当 $\beta_2 = 0, \beta_3 = 2.069\ 8\ \text{ps}^3 \cdot \text{km}^{-1}$ 时, 高斯脉冲沿超常介质 z 方向的传输图; (b) 高斯脉冲在 $0\ \text{km}$ 、 $21\ \text{km}$ 、 $22\ \text{km}$ 、 $23\ \text{km}$ 处的波形对比图

Fig. 3 (a) Gaussian pulse propagation when $\beta_2 = 0, \beta_3 = 2.069\ 8\ \text{ps}^3 \cdot \text{km}^{-1}$; (b) Comparison of pulse waveforms at $0\ \text{km}$ 、 $21\ \text{km}$ 、 $22\ \text{km}$ 、 $23\ \text{km}$

从图 3(a) 可以看出, 脉冲在出现分裂前($z \leq 22\ \text{km}$) 始终保持入射时的形状, 未有展宽. 而当脉冲传输了约 $22\ \text{km}$, 由于 β_3 的作用, 脉冲尾部略有抬起, 并开始出现一个分裂峰. 根据图 3(b) 中脉冲在 $z = 0\ \text{km}$ 、 $21\ \text{km}$ 、 $22\ \text{km}$ 、 $23\ \text{km}$ 处脉冲波形的对比图, 可以清晰地看出, 尽管脉冲在传输了 $22\ \text{km}$ 时, 脉冲分裂刚刚开始, 但是当脉冲继续多传输 $1\ \text{km}$ 至 $z = 23\ \text{km}$, 脉冲后沿却出现了非常明显的分裂峰. 图3说明, 虽然三阶色散长度为 $L'_D = 60.39\ \text{km}$, 但这并不意味着脉冲要传输到 $60.39\ \text{km}$ 附近才会有 β_3 的影响. 实际情况是, 在 $z = 23\ \text{km}$ 时, β_3 已经开始起作用. 当脉冲传输到 $60.39\ \text{km}$, β_3 对脉冲的影响已经十分剧烈, 甚至已经完全破坏了脉冲原有的形状. 我们在分析图2时指出过超常介质中的 β_3 至少比四种常规介质的 β_3 大 4 个数量级, 正是超常介质中超大的三阶色散使得高斯脉冲仅仅传输了

23 km 就开始出现了脉冲分裂. 这也说明, 虽然在零色散归一化频率 ω_D 有着理想的 $\beta_2 = 0$, 但强烈的 β_3 却使得实际有效传输距离很短, 无法实用. 因此, 我们需要转换视角, 考虑 β_3 很小, 但 β_2 可以被补偿的情形. 我们先考虑负折射率材料在零色散归一化频率 ω_D 附近的情形.

3.1.2 零色散归一化频率左侧, 当 $\beta_2 < 0$ 且 $\beta_3 > 0$, β_2 、 β_3 对脉冲传输的影响

图 1(d) 中, 零色散归一化频率 ω_D 的左侧, $\beta_2 < 0$, 并且 $|\beta_2|$ 随着 ω 减小而增大. 图 1(e) 中, 在 ω_D 左侧, β_3 始终为正值, 且随着 ω 增大而增大. 取两组 $\beta_2 < 0$ 且 $|\beta_2|$ 逐渐增大但 β_3 变化很小的色散数据列于表 1. 图 4 为相应于这两组数据的高斯脉冲在超常介质中的传输图. 从图 4(a) 中可以看出, 当 $|\beta_2|$ 较小时, 二阶色散长度 $L_D = 19.86$ km, 所以当传输了 22 km 在高斯脉冲出现分裂前, 脉冲始终没有出现严重的展宽, 归一化的峰值保持在 0.8 以上. 但当 $|\beta_2|$ 变大一点时, 二阶色散长度下降到 $L_D = 9.36$ km. 在高斯脉冲出现分裂前, 脉冲已开始展宽并伴随着脉冲幅度的下降(图 4(c)); 当脉冲传输到 $z = 22$ km, 归一化脉冲峰值已经下降到大约 0.6, β_2 已经较为严重地影响了脉宽.

表 1 $\beta_2 < 0$ 且 $|\beta_2|$ 逐渐增大但 β_3 变化很小的色散数据

Tab. 1 Two sets of dispersion data with $\beta_2 < 0$				
ω	$\beta_2/(\text{ps}^2 \cdot \text{km}^{-1})$	$\beta_3/(\text{ps}^3 \cdot \text{km}^{-1})$	L_D/km	L'_D/km
0.706 80	-1.258 9	2.067 6	19.86	60.46
0.706 75	-2.671 5	2.067 51	9.36	60.53

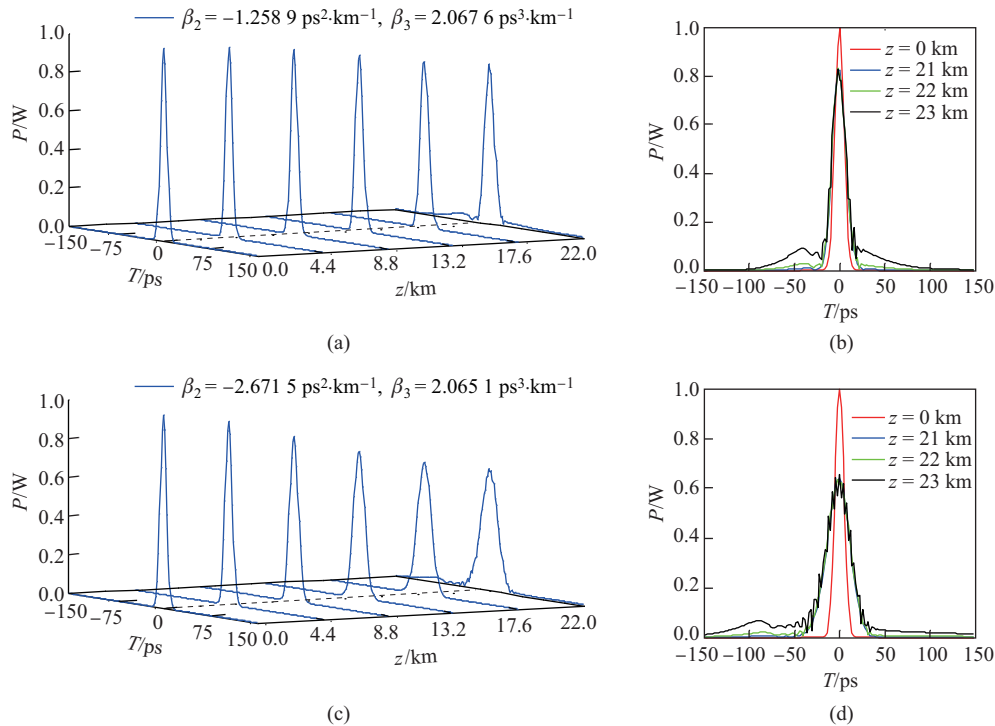


图 4 (a)、(c) 相应于表 1 中两种情况的高斯脉冲传输图; (b)、(d) 为相应的脉冲在不同传输距离的波形对比图

Fig. 4 (a), (c) Pulse propagation for two cases in Table 1; (b), (d) Corresponding waveform comparison at different propagation distances

从图 4(b)、图 4(d) 可以看出, 脉冲在 22 km 处开始出现分裂. 但当脉冲出现分裂后, 脉冲继续传输很短距离, 脉冲就会迅速变坏, 次峰峰值和宽度都会迅速增大. 同样的, 在上述两种情况下, 三阶色散长度 L_D' 也都超过了 60 km, 但是脉冲分裂都在大约 22 km 处开始出现, 随着脉冲的继续传输, 其分裂会越来越严重, 最终脉冲形状会被完全破坏. 比较图 4(b) 与图 4(d) 可以发现, 如果 β_3 大小相近, 当 $|\beta_2|$ 较大时, 脉冲分裂出的次峰的位置相对 $|\beta_2|$ 较小时偏离主峰更远, 且次峰峰值相对小些, 所以 $|\beta_2|$ 在一定程度上对脉冲分裂有抑制作用. 此外, 还可以看出: 当 $\beta_2 < 0$ 时, 脉冲分裂出的次峰出现在脉冲前沿.

比较图 3 和图 4(d) 可以看出, 图 4(d) 中脉冲分裂的情形没有图 3 严重, 分裂峰的峰值略小且离脉冲主峰更远, 但其实图 4(d) 所对应的 β_3 要高于图 3 对应的 β_3 . 发生这一现象的原因在于图 4(d) 所对应的 $|\beta_2|$ 要大. 这再一次证明了 $|\beta_2|$ 在一定程度上对脉冲分裂有抑制作用.

3.1.3 零色散归一化频率右侧, 当 $\beta_2 > 0$ 且 $\beta_3 > 0$, β_2 、 β_3 对脉冲传输的影响

图 1(d) 中, 零色散归一化频率 ω_D 的右侧, $\beta_2 > 0$, 且 β_2 随着 ω 增大而增大. 图 1(e) 中, 在 ω_D 右侧, β_3 也始终为正值, 且随着 ω 增大而增大. 取两组 $\beta_2 > 0$ 且 β_2 逐渐增大但 β_3 变化很小的色散数据列于表 2. 图 5 为根据表 2 中色散数据的仿真结果. 图 5(a) 与图 4(a) 类似, 直到高斯脉冲出现分裂时, 脉冲依然没有出现严重的展宽, 峰值也保持在相对较高水平. 但图 5(c) 中当 β_2 变大一点时, 二阶色散长度下降到 $L_D = 8.36$ km, 在脉冲出现分裂前, 脉冲已开始展宽并伴随着脉冲幅度的下降.

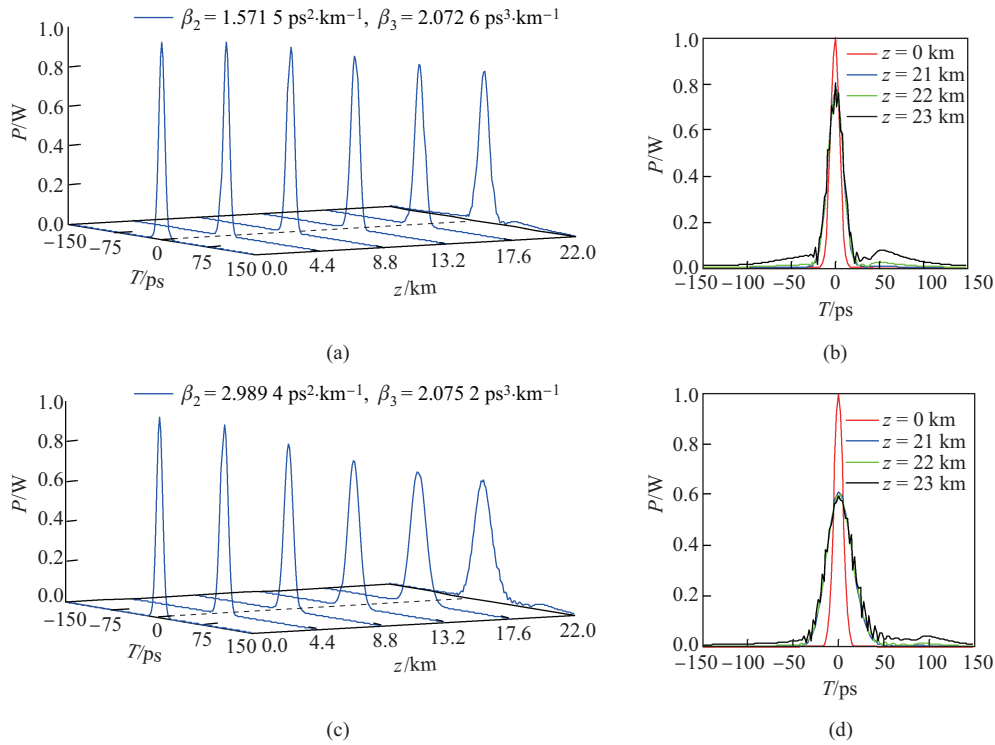


图 5 (a)、(c) 相应于表 2 中两种情况的高斯脉冲传输图; (b)、(d) 为相应的脉冲在不同传输距离的波形对比图

Fig. 5 (a), (c) Pulse propagation for two cases in Table 2; (b), (d) Corresponding waveform comparison at different propagation distances

表 2 $\beta_2 > 0$ 且 β_2 逐渐增大但 β_3 变化很小的色散数据

Tab. 2 Two sets of dispersion data with $\beta_2 > 0$				
$\bar{\omega}$	$\beta_2/(\text{ps}^2 \cdot \text{km}^{-1})$	$\beta_3/(\text{ps}^3 \cdot \text{km}^{-1})$	L_D/km	L'_D/km
0.706 90	1.571 5	2.072 6	15.91	60.31
0.706 95	2.989 4	2.075 2	8.36	60.24

从图 5(b) 也可以看出, 脉冲在 22 km 处开始出现分裂, 脉冲继续传输很短距离, 脉冲就迅速变坏, 次峰峰值和宽度都会迅速增大. 图 5(d) 中, 脉冲分裂也是出现在大约 22 km, 但是当脉冲传输到 22 km 时, 脉冲展宽已经很明显; 与图 4 情况相似, 虽然三阶色散长度 L'_D 也都超过了 60 km, 但是脉冲分裂都在大约 22 km 处开始出现. 与图 4 中情况类似, 当 β_3 大小相近, β_2 越大, 脉冲分裂峰的位置相对 β_2 较小时偏离主峰更远, 且次峰峰值相对小, 同样说明 β_2 一定程度上对脉冲分裂有抑制作用. 但是与图 4 中不同的是, 当 $\beta_2 > 0$ 时, 脉冲分裂不再出现在脉冲前沿, 而是出现在了脉冲后沿.

比较图 3 和图 5(d) 可以看出, 图 5(d) 中脉冲分裂的情形没有图 3 严重, 分裂峰的峰值略小且偏离脉冲主峰更远, 但其实图 5(d) 所对应的 β_3 要高于图 3 对应的 β_3 . 发生这一现象的原因同样在于图 5(d) 所对应的 $|\beta_2|$ 要大. 这再一次证明了 $|\beta_2|$ 在一定程度上对脉冲分裂有抑制作用.

3.2 同时考虑 β_2 、 β_3 、 β_4 对脉冲传输的影响

在常规介质中, 由于 β_4 非常小, 它们对脉冲传输的影响可以忽略不计, 所以通常情况下不予考虑. 通过以上的讨论, 已知在超常介质中 β_4 要比常规介质中大一些. 不过 $\bar{\omega}_D$ 附近的 β_4 大约处在 10^{-3} 量级, 比 β_3 小三个数量级(图 1(f)). 可见高阶色散、诸如 β_4 对脉冲传输的作用也是很小的. 为了简单说明超常介质中 β_4 对高斯脉冲传输的影响, 根据图 1 取两组色散数据如表 3 所示. 在这两组数据中, β_2 的符号不同, 但 $|\beta_2|$ 、 β_3 、 β_4 的值相差很小. 我们得到了图 6 的仿真结果.

表 3 β_2 的符号不同, 而 $|\beta_2|$ 、 β_3 、 β_4 的值接近相同的色散数据

Tab. 3 Two sets of dispersion data including β_4					
$\bar{\omega}$	$\beta_2/(\text{ps}^2 \cdot \text{km}^{-1})$	$\beta_3/(\text{ps}^3 \cdot \text{km}^{-1})$	$\beta_4/(\text{ps}^4 \cdot \text{km}^{-1})$	L_D/km	L'_D/km
0.706 587	-7.264 8	2.056 9	0.003 7	3.44	60.77
0.707 10	7.253 2	2.082 8	0.003 7	3.45	60.02

图 6 中红色为 β_2 、 β_3 同时作用下的脉冲传输图, 蓝色为 β_2 、 β_3 、 β_4 同时作用下的脉冲传输图. 从图 6(a)、图 6(c) 中可以看出, 考虑 β_4 与不考虑 β_4 时, 脉冲传输过程中整体变化趋势大体相同, 即红线和蓝线整体上大致重叠. 但当对比两者传输到 21 km 处放大后的细节图(图 6(b)、图 6(d)) 时可以发现, 对于 $\beta_2 < 0$ 和 $\beta_4 > 0$ 的情况, 在脉冲半高带宽处, 蓝线在红线内侧, 说明 β_2 对脉冲的展宽起到一定的抑制作用; 而对于 $\beta_2 > 0$, $\beta_4 > 0$ 的情形, 情况则有所不同, 即蓝线出现在了红线的外侧, 说明此时 β_4 加剧了脉冲的展宽. 从图 6(a)、图 6(c) 也可以看出, β_4 不会对脉冲分裂位置产生影响, $\beta_2 < 0$ 时, 脉冲分裂依然出现在前沿; 而 $\beta_2 > 0$ 时, 脉冲分裂出现在后沿.

4 色散补偿

据前分析, 超常介质中二阶、三阶色散都是较为严重的问题. 即便是能够通过选取归一化频率使得 $\beta_2 = 0$ 、即完全没有二阶色散所致的脉冲展宽, 但三阶色散所致的脉冲尾部震荡依然在脉冲传输了 23 km 时就出现了. 所以应该寻找是否有二阶、三阶色散都可以得到补偿的情形或 β_3 很小使得 L'_D 很长、但 β_2 可以被补偿的情形. 既然超常介质的特性依赖于系数 ω_{pe} 和 ω_{pm} , 这两系数依赖于超常介质的结构, 所以超常介质的所有特性都可以通过人为调节超常介质

的结构去改变. 如果欲使二阶、三阶色散都得以补偿, 根据色散补偿理论, 应有

$$\beta_{21}L_1 + \beta_{22}L_2 = 0, \quad \beta_{31}L_1 + \beta_{32}L_2 = 0, \quad (8)$$

其中, $L = L_1 + L_2$ 是色散排布周期, β_{2j} 和 β_{3j} 分别是长为 L_j 的超常材料的二阶和三阶色散系数($j=1,2$). 也就是说需要找到对于同一个归一化频率 β_2 和 β_3 既可为正、又可为负的情形. 据此要求, 我们研究了超常介质特征参数对结构参数 ω_{pe} 和 ω_{pm} 的依赖关系. 图 7 给出了图 1 中各参数对于区间 $0.1 \leq \bar{\omega} \leq 0.9$ 和 $0 \leq \bar{\omega}_p \leq 2$ 的曲面图. 根据定义, $\bar{\omega}$ 和 $\bar{\omega}_p$ 的变化即代表了 ω_{pe} 和 ω_{pm} 的变化.

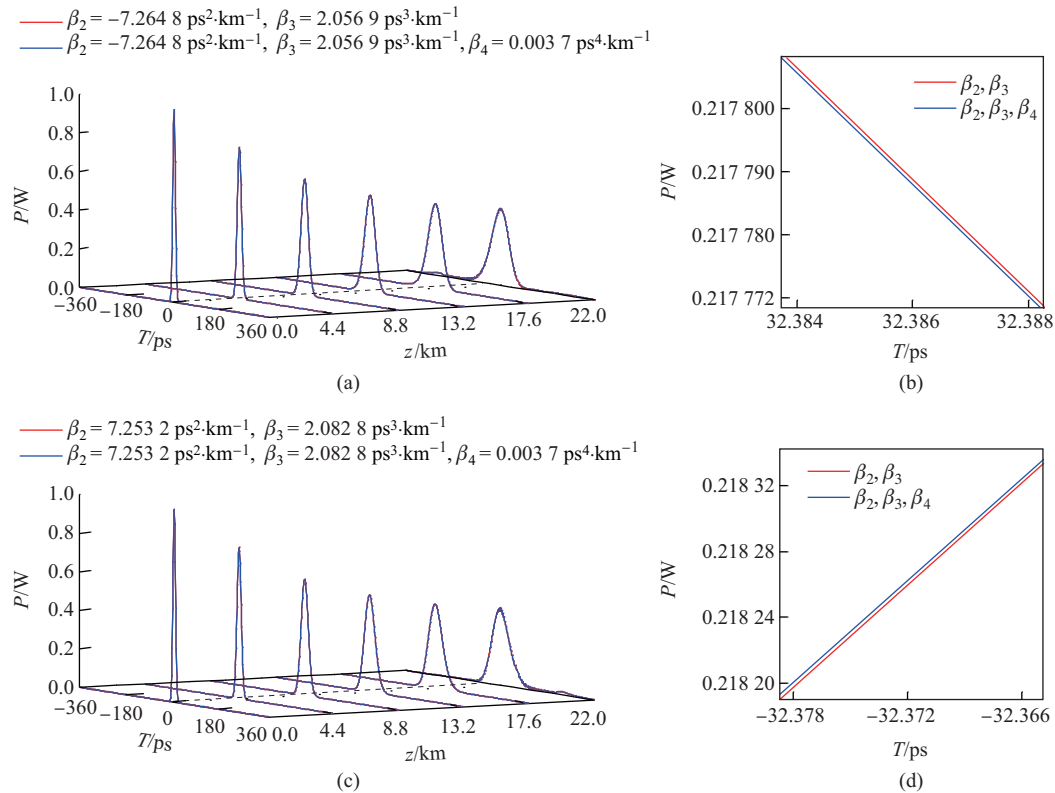


图6 (a)、(c) 相应于表3中两种情况的高斯脉冲传输图, 其中红线没有考虑四阶色散; (b)、(d) 脉冲传输到 21 km 时相应的半高带宽处的局部放大图

Fig. 6 (a), (c) Pulse propagation for two cases in Table 3 and red line is for the case without β_4 ; (b), (d) Partial waveform magnification at FWHM for $z = 21 \text{ km}$

在图 7(d) 和图 7(f) 中 β_2 和 β_4 有正有负, 可以根据实际需求进行取值. 然而值得注意的是, 图 7(e) 中 β_3 在这个结构参数和归一化频率变化区域内始终为正值. 也就是说, 我们无法找到 β_3 为负的值, 也就无法进行三阶色散的补偿. 所幸的是, 我们几经搜索, 找到了如表 4 所示的一组参数值. 这组参数中, 对于同一归一化频率, β_2 可正可负, 且正值与负值非常接近, 使得二阶色散几乎可以完全补偿. 同时 β_3 非常之小, 以至于三阶色散长度可以接近 380 km. 也就是说, 在二阶色散效应得以补偿之时, 三阶色散效应基本上还未出现.

将表 4 中两种超常材料 M1 和 M2 交叉周期性排布, 可以得到一个平均 GVD 很小甚至可以忽略的新型复合超常材料. 取 M1 和 M2 的长度 $L_1 = L_2 = 20 \text{ km}$ (复合超常材料的周期即为 $L = 40 \text{ km}$), 在忽略损耗时, 对高斯脉冲传输的仿真结果如图 8 所示.

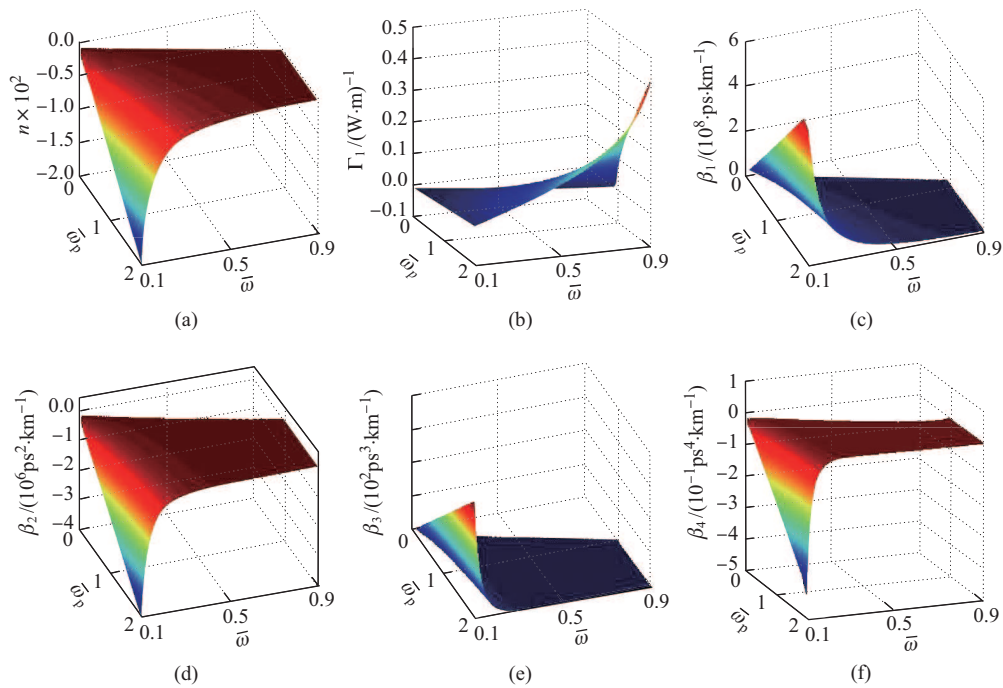


图 7 折射率 n 、三阶非线性系数和一阶、二阶、三阶、四阶色散系数分别随归一化频率 $\bar{\omega}$ 和 $\bar{\omega}_p$ 的变化曲线

Fig. 7 Variations of refractive index, third-order nonlinear coefficient, first-order, second-order, third-order, and forth-order depression on $\bar{\omega}$ and $\bar{\omega}_p$

表 4 两组 β_2 符号相反, 且 $|\beta_2|$ 接近、 β_3 值较小色散数据

Tab. 4 Two sets of data with different β_2						
超常材料	$\bar{\omega}$	$\bar{\omega}_p$	$\beta_2/(\text{ps}^2 \cdot \text{km}^{-1})$	$\beta_3/(\text{ps}^3 \cdot \text{km}^{-1})$	L_D/km	L'_D/km
M1	0.88	0.941 095	1.184 9	0.330 2	21.10	378.56
M2	0.88	0.941 240	-1.183 5	0.327 2	21.12	382.03

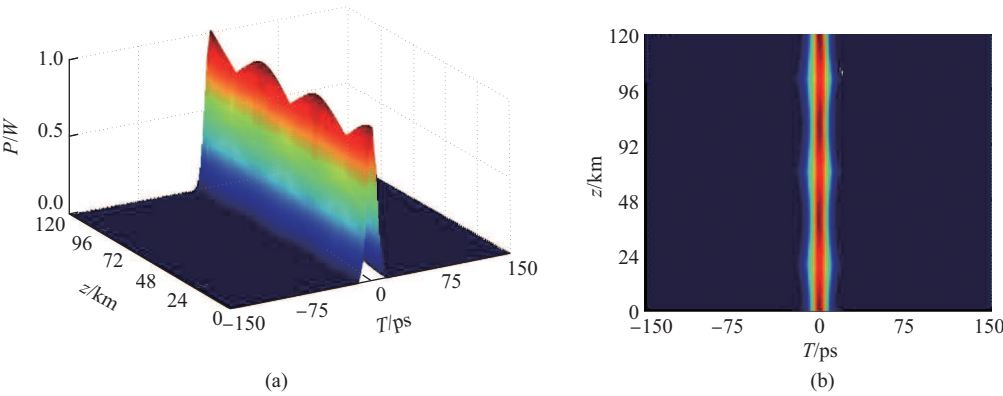


图 8 (a)高斯脉冲在复合超常材料M1+M2中色散补偿后传输 120 km 的脉冲波形变化图;
(b)为(a)的俯视图, 即高斯脉冲能量扩散图

Fig. 8 (a) Waveform variation of Gaussian pulse' 120 km propagation in compound metamaterials M1+M2; (b) Top view of (a)

从图 8(a) 可以看出, 脉冲在 M1 中传输时, 脉冲的宽度随着传输距离增加而展宽, 脉冲的幅值则因为脉冲的展宽而下降. 当传输距离为 $L_1 = 20$ km, 脉冲幅值降为 0.8. 此时脉冲进入 M2 继续传输, 随着脉冲传输距离的继续增加, 脉冲高度逐渐增高. 而且从图 8(b) 也可以看出, 此时脉冲的宽度也逐渐收缩, 即脉冲的 GVD 效应得到了补偿. 当脉冲传输到 $Z = L_1 + L_2 = 40$ km 时, 脉冲的幅值已经恢复到了入射幅值, 即脉冲从宽度和幅度两个方面得到了完全补偿. 此后的情况重复第一个周期的情况, 脉冲周期性地被展宽与补偿, 直到传输到更远的距离 $Z = 120$ km. 虽然脉冲传输了一个 M1+M2 的周期后, β_2 的 GVD 效应得到了基本补偿, 但 β_3 的作用则仍然留存, 并且随着传输距离的增加而累积. 所幸的是, 我们发现 M1 和 M2 的三阶色散长度都很长, 接近 380 km(表 4). 当我们的仿真距离接近 140 km 时, 三阶色散效应刚刚开始显现, 此时可以在传输链路中加装中继器对脉冲进行整形, 补偿 β_3 的作用.

5 结 论

本文研究了超常材料中高阶色散与归一化频率的关系, 发现超常材料的二阶色散和高阶色散与一些常规介质相比非常之大, 对脉冲的传输有更为严重的影响. 虽然我们找到了 $\beta_2=0$ 脉冲不会展宽的情形, 但却因为 β_3 太大致使脉冲仅仅传输了 23 km 就出现了分裂. 通过研究超常介质色散系数与结构参数的关系, 找到了 β_2 可以被补偿且 β_3 很小的情形, 使高斯脉冲可以顺利传输 120 km, 说明超常介质能够用于通信.

从仿真中还可看出, $|\beta_2|$ 不仅像已有研究指出的那样会引起脉冲的展宽, 而且展宽比一些常规介质更为严重, 同时 β_2 的符号也会影响脉冲分裂出现的位置; 而 β_3 则会比某些常规介质中更为严重地影响脉冲形状, 使得脉冲出现分裂峰, 甚至完全破坏脉冲的完整性; β_4 的作用则会受到 β_2 的符号影响, 如果 $\beta_2 < 0$, β_4 可抑制脉冲展宽, 相反, 当 $\beta_2 > 0$, β_4 则加剧脉冲展宽.

[参 考 文 献]

- [1] SIMTH D R, KROLL N. Negative refractive index in left-handed materials [J]. Phys Rev Lett, 2000, 85(14): 2933-2936.
- [2] VESELAGO V G. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of μ and ϵ [J]. Sov Phys Usp, 1968, 10(4): 509-514.
- [3] BERMAN P R. Goos-Hächen shift in negatively refractive media [J]. Phys Rev E, 2002, 66(6): 067603
- [4] ZHAROV A A, SHADRIVOV I V, KIVSHAR Y S. Nonlinear properties of left-handed metamaterials [J]. Phys Rev Lett, 2005, 30(24), 3356-3358
- [5] LAZARIDES N, TSIRONIS G P. Coupled nonlinear Schrödinger field equations for electromagnetic wave propagation in nonlinear left-handed materials [J]. Phys Rev E, 2005, 71: 036614.
- [6] ZIOLKOWSKI R W. Superluminal transmission of information through an electromagnetic metamaterial [J]. Phys Rev E, 2001, 63: 046604.
- [7] ZIOLKOWSKI R W. Pulsed and CW Gaussian beam interactions with double negative metamaterial slabs [J]. Opt Exp, 2003, 11: 662-681.
- [8] WEN S C, XIANG Y J, DAI X Y, et al. Theoretical models for ultrashort electromagnetic pulse propagation in nonlinear metamaterials [J]. Phys Rev A, 2007, 75: 033815.
- [9] JOSEPH A, PORSEZIAN K. Stability criterion for Gaussian pulse propagation through negative index materials [J]. Phys Rev A, 2010, 81: 023805.
- [10] SARMA A K. Solitary wave solution to the generalized nonlinear Schrödinger equation for dispersive permittivity and permeability [J]. Eur Phys J D, 2011, 62: 421.
- [11] SARMA A K. Modulational instability of coupled nonlinear field equations for pulse propagation in a negative index material embedded into a Kerr medium [J]. J Opt Soc Am B(JOSA-B), 2011, 28(4): 944.
- [12] SAHA M, SARMA A K. Modulation instability in nonlinear metamaterials induced by cubic-quantic nonlinearities and higher order dispersive effects [J]. Opt Commn, 2012, 291: 321-325. DOI: 10.1016/j.optcom.2012.11.011.
- [13] SCALORA M, SYRCHIN M S, AKOZBEK N, et al. Generalized non-linear Schrödinger equation for dispersive susceptibility and permeability: Application to negative index materials [J]. Phys Rev Lett, 2005, 95(1): 013902.
- [14] YANG R, ZHANG Y. Exact combined solitary wave solutions in nonlinear metamaterials [J]. J Opt Soc Am B(JOSA-B), 2011, 28, 123-127.

- [15] THORLABS. Inc: Dispersion-compensating prism pairs for ultrafast lasers[EB/OL]. [2016-04-10]. https://www.thorlabschina.cn/images/TabImages/AFS_prisms_GVD_G2-480.gif.
- [16] THORLABS. Inc: Dispersion-compensating prism pairs for ultrafast lasers[EB/OL]. [2016-04-10]. https://www.thorlabschina.cn/images/TabImages/AFS_prisms_TOD_G2-800.gif.

(责任编辑: 李 艺)

(上接第 113 页)

- [6] ANTIKAINEN J. The concept of functional urban area(Findings on the ESPON project 1.1.1)[J]. Informationen Zur Raumentwicklung, 2005, 7: 447-456.
- [7] KARLSSON C. Clusters, functional regions and cluster policies[R/OL]. JIBS CESIS Electron, Working Paper Ser (84). [2016-06-01]. <https://www.researchgate.net/publication/5094404>.
- [8] BIRANT D, KUT A. ST-DBSCAN: An algorithm for clustering spatial-temporal data[J]. Data & Knowledge Engineering, 2007, 60(1): 208-221.
- [9] CHEN X C, FAGHMOUS J H, KHANDELWAL A. Clustering dynamic spatio-temporal patterns in the presence of noise and missing data[C]// Proceedings of the 24th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI 2015). 2015: 2575-2581.
- [10] BIRANT D, KUT A. ST-DBSCAN: An algorithm for clustering spatial-temporal data[J]. Data & Knowledge Engineering, 2007, 60(1): 208-221.
- [11] SLINK S R. An optimally efficient algorithm for the single-link cluster method[J]. The Computer Journal, 1973, 16(1): 30-34.
- [12] ZHANG M L, ZHOU Z H. ML- k NN: A lazy learning approach to multi-label learning[J]. Pattern recognition, 2007, 40(7): 2038-2048.
- [13] ZHANG H, BERG A C, MAIRE M, et al. SVM-KNN: Discriminative nearest neighbor classification for visual category recognition[C]// IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. IEEE Computer Society, 2006: 2126-2136.
- [14] LI L, WEINBERG C R, DARDEN T A. Gene selection for sample classification based on gene expression data: study of sensitivity to choice of parameters of the GA/ k NN method[J]. Bioinformatics, 2001, 17(12): 1131-1142.
- [15] 李秀娟. k NN 分类算法研究[J]. 科技信息, 2009, 31: 81+383.
- [16] WHITE T. O'Reilly: Hadoop 权威指南[M]. 周敏奇, 王晓玲, 金澈清, 等, 译. 第 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2011.
- [17] 章志刚, 金澈清, 王晓玲, 等. 面向海量低质手机轨迹数据的重要位置发现[J]. 软件学报, 2016, 7: 1700-1714.
- [18] 吴松, 雒江涛, 周云峰, 等. 基于移动网络信令数据的实时人流量统计方法 [J]. 计算机应用研究, 2014(3): 776-779.
- [19] 沈泽, 吴松, 杨勇, 等. 移动通信网信令处理平台的实时人流量统计方法 [J]. 广东通信技术, 2013, 8: 56-60.
- [20] 肖江, 丁亮, 束鑫, 等. 一种基于计算机视觉的行人流量统计方法 [J]. 信息技术, 2015, 8: 22-25.

(责任编辑: 李 艺)